

Экзамен №1 по математике для
поступающих в 10ФМ класс



Вариант 1

1. (10 баллов) Решите уравнение

$$x^2 - \frac{3}{x^2 + x + 1} = 1 - x.$$

Ответ: $x = -2, x = 1.$

2. (15 баллов) Решите неравенство

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} + x > 2.$$

Ответ: $x \in (2, +\infty).$

3. (15 баллов) Медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, разбивает его на два треугольника с периметрами 8 и 9. Найдите стороны треугольника.

Ответ: 3, 4, 5.

4. (15 баллов) При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 + 2ax + 2a^2 + 4a + 3 = 0$$

является наибольшей? Корни рассматриваются с учётом кратности.

Ответ: $a = -3.$

5. (15 баллов) Окружность радиуса 4 касается внешним образом второй окружности в точке B . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку B , пересекается с некоторой другой их общей касательной в точке A . Найдите радиус второй окружности, если $AB = 6$.

Ответ: 9.

6. (15 баллов) Плотность первого металла на 4 г/см^3 больше плотности второго металла. Из 6 кг первого металла и 4 кг второго изготовили сплав, деталь из которого имеет массу 0,5 кг. Если бы такая же по объёму деталь была изготовлена только из второго металла, то ее масса была бы на 20% меньше. Найдите плотность первого металла.

Ответ: $8 \text{ г/см}^3.$

7. (15 баллов) Стрелочные часы показывают ровно час. Комар и муха сидят на одинаковом расстоянии от центра на часовой и минутной стрелках соответственно. Когда стрелки совпадают, насекомые меняются местами. Во сколько раз расстояние, которое за полсуток преодолел комар, больше расстояния, которое преодолела за это же время муха?

Ответ: 83/73.