

ЛШ-3 2024
16 июля 2024

II этап Вступительных испытаний

Вступительное испытание по математике
Для поступающих в 10 ФМ класс

Уважаемый Участник отбора!

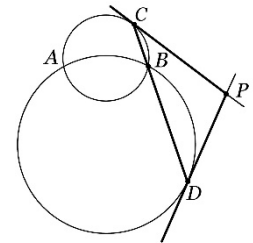
Обращаем внимание, что бланки для записи решений и ответов двусторонние. Лицевая часть сканируется и проверяется, черновики при проверке работ не учитываются. Ответы на бланках без решений оцениваются 0 баллов. Внимательно читайте задания.

Желаем удачи!

1. Радиусы двух concentрических окружностей относятся, как 7:4, а ширина кольца равна 12. Найдите радиус меньшей окружности.

ОТВЕТ: 16.

2. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку B проводится прямая, пересекающая окружности в точках C и D , а затем через точки C и D проводятся касательные к этим окружностям (см. рис.). Докажите, что точки A, C, D и точка P пересечения касательных лежат на одной окружности.

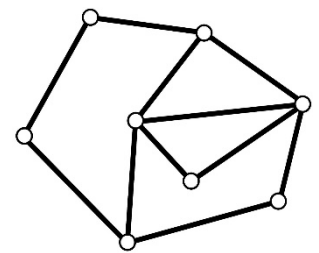


УКАЗАНИЕ: $\angle CAD + \angle CPD = \angle CAB + \angle DAB + \angle CPD = \angle PCB + \angle PDB + \angle CPD = 180^\circ$.

3. Составьте матрицу инцидентности графа, представленного на рисунке. Является ли граф эйлеровым? Если да, то укажите какой-либо эйлеров путь.

ОТВЕТ: является, т.к. в графе только две нечётные вершины.

4. Известно, что на заколдованном озере имеются ровно семь островов, с каждого из которых ведёт 1, 3 или 5 мостов. Верно ли, что хотя бы один из этих мостов выходит на берег озера?



УКАЗАНИЕ: верно, т.к. иначе граф имеет ровно семь нечётных вершин, что противоречит лемме о рукопожатиях.

5. Найдите все a , при которых любое решение системы

$$\begin{cases} x - y = a \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

удовлетворяет неравенству $x + y \geq 0$.

ОТВЕТ: $a \leq 2$.

6. Найдите все a , при которых уравнение

$$3|x + a| + a - 8 - x = 0$$

имеет хотя бы один корень, причём все его корни принадлежат интервалу $(-\frac{7}{2}; 0)$.

ОТВЕТ: $2 < a < 3$.