

# Демонстрационный вариант по математике 2022 года, физико-математический профиль

1. Решить уравнение

$$\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = \frac{29}{10}.$$

2. Найти все целые значения параметра  $b$ , при которых значение  $x = 2$  удовлетворяет неравенству

$$\frac{x^3 - x^2}{b^2x^2 + x + 2} \leq \frac{x^2 - 3}{b^2x + b - 1}.$$

3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  из вершины  $B$  прямого угла опущена высота  $BD$  на гипотенузу  $AC$ . Известно, что  $AB = 13$ ,  $BD = 12$ . Найти площадь треугольника  $ABC$ .

4. Найти все значения параметра  $b$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} bx + 2y = b + 2, \\ 2bx + (b + 1)y = 2b + 4 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

5. Окружность касается сторон угла с вершиной  $O$  в точках  $A$  и  $B$ . На этой окружности внутри треугольника  $AOB$  взята точка  $C$ . Расстояния от точки  $C$  до прямых  $OA$  и  $OB$  равны соответственно  $a$  и  $b$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до хорды  $AB$ .
6. Первый раствор содержит 20% азотной кислоты и 80% воды, второй — 60% азотной кислоты и 40% воды. Первая смесь была получена из 15 литров первого раствора и некоторого количества второго раствора. Смешав то же самое количество второго раствора с 5 литрами первого, получили вторую смесь. Сколько литров второго раствора было использовано для приготовления первой смеси, если известно, что процентное содержание воды во второй смеси в два раза больше процентного содержания кислоты в первой?
7. Рабочий изготовил некоторое количество деталей двух видов:  $A$  и  $B$ , причем деталей  $A$  он изготовил больше, чем деталей  $B$ . Если он изготовит деталей  $A$  в два раза больше, то общее число деталей станет менее 32, а если деталей  $B$  в два раза больше, то общее число деталей станет больше 28. Сколько деталей  $A$  и сколько деталей  $B$  изготовил рабочий?